



Mathematik sprachsensibel unterrichten: Wie geht das und warum ist das wichtig?

Prof. Dr. Esther Brunner

Übersicht

1. **Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?**
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. **Was ist eigentlich das Problem?**
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. **Die Sprache Mathematik**
 - > Besonderheiten
4. **Was wird in Mathematik gebraucht?**
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. **Was kann man tun?**
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen

Übersicht

1. **Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?**
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. **Was ist eigentlich das Problem?**
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. **Die Sprache Mathematik**
 - > Besonderheiten
4. **Was wird in Mathematik gebraucht?**
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. **Was kann man tun?**
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen

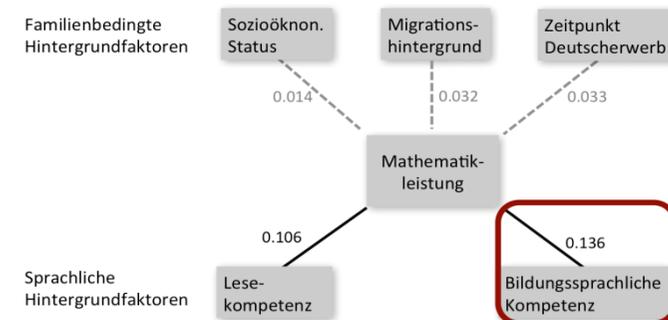


Warum ist das Thema wichtig?

(Prediger, 2015)

- > Einfluss der Sprachkompetenz auf Mathematikleistung wiederholt statistisch nachgewiesen, stärker als Lesekompetenz, Migrationshintergrund, SES (vgl. Pisa 2009, Ufer et al. 2013, Prediger, Wilhelm et al. 2015)

Varianzaufklärung (korrigiertes R-Quadrat)



Sprachkompetenz ist stärkster Faktor

Warum ist das Thema wichtig?

Relevanz von Sprache für das Mathematiklernen (nach Prediger, 2015)

- **Statistische Gründe:**
Einfluss der Sprachkompetenz auf Mathematikleistung wiederholt statistisch nachgewiesen, stärker als Lesekompetenz, Migrationshintergrund, SES
(Stanat 2006, OECD 2007, Ufer et al. 2013, Prediger et al. 2015)
- **Bildungspolitische Gründe:**
Sprachbildung als Querschnittsaufgabe aller Fächer festgelegt in vielen Kantonalen Richtlinien und dem Lehrplan (z.B. D-EDK, 2016)
- **Lehrpersonenbildnerische Gründe:**
Sprachbildung festgelegt als Inhalt vieler Studiengänge für Lehrpersonen
(z.B. Überblick in Baur et al. 2009)
- **Unterrichtspraktische Gründe:**
Viele Mathematik-Lehrkräfte erleben täglich Beschränkungen durch Sprachkompetenz → hohes Interesse an Ursachen und möglichen Massnahmen
(z.B. Hachfeld et al. 2010)

Übersicht

1. Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. Was ist eigentlich das Problem?
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. Die Sprache Mathematik
 - > Besonderheiten
4. Was wird in Mathematik gebraucht?
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. Was kann man tun?
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen

Warum ist das Thema wichtig?

Nach Prediger (2015)

Sprache als herkunftsbedingter Heterogenitätsaspekt von zunehmender Bedeutung:

- > Ca. 30 % der Lernenden haben Migrationshintergrund
- > neue Flüchtlinge, neue Migration
- > Bildungsverlierer in 2. und 3. Generation
- > auch viele rein deutschsprachige Kinder verfügen nicht über hinreichende Sprachkompetenz für erfolgreiches Mathematiklernen (Ufer et al. 2013, Prediger et al. 2015)
- > fließende Alltagssprache in Freizeit reicht nicht, notwendig ist Bildungssprache (Cummins 2000; Gogolin 2009; Schleppegrell 2004; Snow & Ucelli 2009)
- > Erwerb der Bildungssprache stark abhängig von familiären Lerngelegenheiten → Schlüssel zur Verminderung sozialer Ungerechtigkeit (ebd.)
- > Bildungssprache ist Lernmedium, oft unterschätzte Voraussetzung und deswegen erst Lerngegenstand
- > Schulabschlüsse nach Staatsangehörigkeit bzw. Migrationshintergrund: Je höher der Abschluss, umso weniger Personen mit Deutsch als Zweitsprache

Sprache im Fach – unterschiedliche Gruppen

Präzisierung

- > SuS mit schwachen sprachlichen Voraussetzungen
 - in der Erstsprache Deutsch
 - in der Zweitsprache Deutsch
 - in der Zweitsprache Deutsch, aber bereits eingeschult in Erstsprache



taz.de

Sprache im Fach – unterschiedliche Gruppen

Präzisierung

- > SuS mit schwachen sprachlichen Voraussetzungen
 - in der Erstsprache Deutsch
 - in der Zweitsprache Deutsch
 - in der Zweitsprache Deutsch, aber bereits eingeschult in Erstsprache

Fokus heute



km.bayern.de

Übersicht

1. Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. Was ist eigentlich das Problem?
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. Die Sprache Mathematik
 - > Besonderheiten
4. Was wird in Mathematik gebraucht?
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. Was kann man tun?
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen



Wo verorten Lehrkräfte Problem sprachlich Schwacher?

Prediger (2017)

- > Befragung von Lehrpersonen in einer Weiterbildung:
 - «Wo tauchen bei Ihren Schülerinnen und Schülern sprachlich bedingte Schwierigkeiten auf?»
- > Über 70 % zwei Antworten:

Textaufgaben lesen,
verstehen und lösen

Geringer
Wortschatz



Prediger (2017)

Wo zeigen sich Probleme?

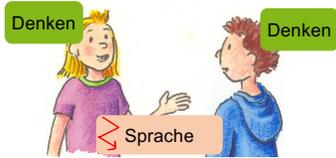
- > Nicht nur Lesehürden! (Kaiser & Schwarz, 2003)
- > Probleme auch mit den **strukturellen und logischen Beziehungen** in der fachlichen Sprache
- > Probleme auch mit den **Fachbegriffen** im Sinne einer Spitze einer Bedeutungspyramide (vgl. Aebli, 2003)
- > Probleme auch mit den **grafisch-sprachlichen Veranschaulichungen**
- > Probleme mit der **«Mathematiksprache»**

Wo ist das Problem für sprachlich schwache Lernende?

Maier & Schweiger (1999); Prediger (2015)

Kommunikative Funktion von Sprache im Mathematikunterricht

- Wer sprachlich schwach ist, kann seine Kompetenzen und Vorstellungen nicht richtig zeigen

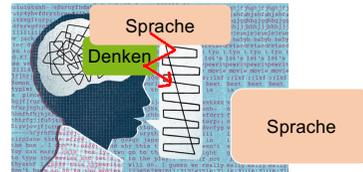


Beispiele:

- Textaufgaben lesen
- Präsentieren
- schreiben

Kognitive Funktion von Sprache im Mathematikunterricht

- Wer sprachlich schwach ist, kann Kompetenzen und Vorstellungen nicht entwickeln → beeinträchtigt Verstehen und Entwicklung



Beispiele:

- (sich selbst) erklären
- Zusammenhänge durch Verbalisieren verstehen
- Denken durch schreiben

Einfluss der Sprache auf die Mathematikleistung

> DaZ-SuS:

- Tiefere Leistungen
 - in Textaufgaben, Anwendungsaufgaben, Modellierungsaufgaben (z.B. Brown, 2005)
 - in spracharmen Mathematikaufgaben

Blick in Schulbücher

Dreier-, Sechser-, Neunerreihe

1

A Der Tiger springt 3-mal. $3 \cdot 3 = 9$

Lies ab: $2 \cdot 3$ $4 \cdot 3$ $6 \cdot 3$ $7 \cdot 3$ $9 \cdot 3$

B Der Tiger springt auf die 18. $18 = 6 \cdot 3$

Lies ab: $3 = \dots \cdot 3$ $9 = \dots \cdot 3$ $15 = \dots \cdot 3$ $21 = \dots \cdot 3$ $27 = \dots \cdot 3$

$6 = \dots \cdot 3$ $12 = \dots \cdot 3$ $24 = \dots \cdot 3$ $30 = \dots \cdot 3$

2

A Der Rennkuckuck springt 3-mal. $3 \cdot 6 = 18$

Spring wie der Rennkuckuck in Sechssersprüngen.

Lies ab: $1 \cdot 6$ $2 \cdot 6$ $4 \cdot 6$ $6 \cdot 6$ $8 \cdot 6$

B Der Rennkuckuck springt auf die 24. $24 = 4 \cdot 6$

Lies ab: $6 = \dots \cdot 6$ $12 = \dots \cdot 6$ $30 = \dots \cdot 6$ $42 = \dots \cdot 6$ $48 = \dots \cdot 6$

$18 = \dots \cdot 6$ $36 = \dots \cdot 6$ $54 = \dots \cdot 6$ $60 = \dots \cdot 6$

Gefässe füllen

Proportionalitäten erkennen und in Sachsituationen anwenden
Umgekehrte Proportionalität erforschen und Eigenschaften beschreiben

Es war ein-mal ein Was-ser-hahn, der tropf-te pau-sen-los,

war einmal ein Wasserhahn, er tropfte pausenlos, und jeder, der ihn hörte, fand den Rhythmus ganz famos. tropfte nicht nur einfach wie er's jeder Hahn versteht, in Rhythmus war voll Swing und Pep und Musikalität. klippt tap tap tropft der Rhythmus, klippt tap tap immerzu. klippt tap tap tap, der Wasserhahn b einfach keine Ruh.

1 Tropfender Wasserhahn
Ein paar Wassertropfen, was ist das schon? Sind es wirklich nur ein paar Tropfen?

A Lässt einen Wasserhahn im Schulhaus tropfen und führt Zählungen und Messungen durch:
– leichtes Tropfen = mittelmässiges Tropfen = starkes Tropfen

B Erstellt Tabellen.

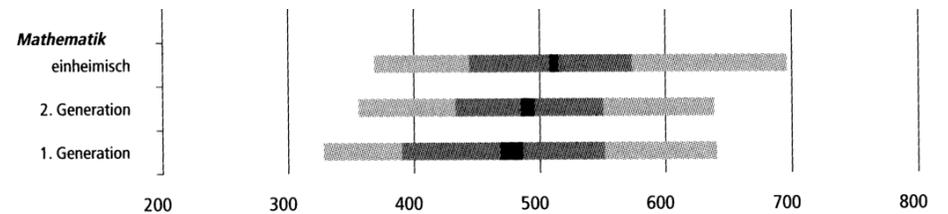
Zeit	1 min	2 min	3 min	30 min	1 h	2 h	1 Tag	1 Jahr
Anzahl Wassertropfen								
Wassermenge	1 min	2 min	3 min	30 min	1 h	2 h	1 Tag	1 Jahr
Wassermenge	1 l	1 l	1 l	5 l	10 l	1 Hl	5 Hl	10 Hl

C Das Waschbecken im Badezimmer fasst ungefähr 15 l Wasser, die Badewanne etwa 200 l. Wie lange muss der Wasserhahn tropfen, bis das Waschbecken oder die Badewanne voll ist?

2 Brunnen
In manchen Dörfern und Städten gibt es noch alte Brunnen mit ständig fließendem Wasser. Vielleicht steht beim Schulhaus oder in der Nähe ein solcher Brunnen. Findet heraus, wie gross der Wasserverbrauch etwa ist. Erstellt eine Tabelle.

Lernstand nach kultureller Herkunft

Moser et al., 2004



Anmerkung: Die Schülerinnen und Schüler wurden in drei Gruppen eingeteilt: einheimisch = Kind ist in der Schweiz geboren; 2. Generation Ausländer = Kind ist in der Schweiz, Eltern sind im Ausland geboren; 1. Generation Ausländer = Kind und Eltern sind im Ausland geboren.

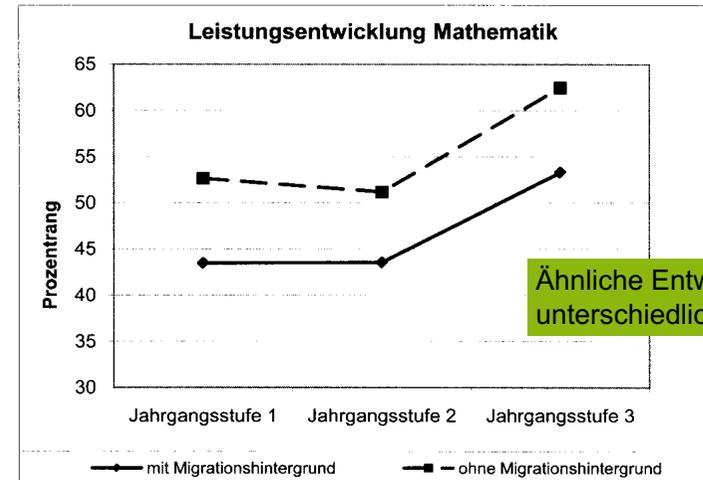
Ländervergleich in PISA 2006

OECD, PISA 2006, Paris 2007, S. 120; Prediger, 2014, adaptiert

	Jugendliche mit abweichender Familiensprache		Jugendliche mit Familiensprache = Unterrichtssprache		Differenz der durchschnittl. Punkte SuS ohne/mit passender Familiensprache	
	Mean score		Mean score		Mean score	
	Reading	Mathematics	Reading	Mathematics	Reading	Mathematics
Austria	436	442	500	515	-63	-74
Belgium	491	515	512	530	-114	-103
Denmark	422	440	501	519	-84	-85
France	444	441	493	502	-41	-61
Germany	423	438	511	519	-93	-85
Greece	392	408	463	462	-57	-63
Luxembourg	485	494	511	525	-79	-63
Netherlands	438	472	512	536	-76	-67
United Kingdom	450	458	499	499	-43	-34
Norway	429	448	491	495	-57	-53
Switzerland	442	473	515	546	-81	-84
Australia	495	523	516	521	-10	11
Canada	504	522	534	531	-21	-4
New Zealand	485	522	529	526	-41	-2
United States	n.a.	440	n.a.	480	n.a.	-38
OECD average	450	467	498	504	-61	-54

Leistungsentwicklung

Heinze et al., 2011, S. 27



Beispiel

Prediger (2014)

Nora hat alle ihre Stofftiere auf vier Kisten verteilt, so dass in jeder Kiste gleich viele sind.

Ihrer kleinen Schwester Lisa schenkt sie eine von den Kisten.

Lisa findet darin sechs Stofftiere.

Wie viele Stofftiere hat Nora jetzt noch übrig?

Grammatische Feinheiten:

Ihrer **kleinen** Schwester Lisa schenkt **sie** eine Kiste.
Ihre **kleine** Schwester Lisa schenkt **sie** eine Kiste.
Ihre **kleine** Schwester Lisa schenkt **ihr** eine Kiste.
Sie schenkt ihrer **kleinen** Schwester Lisa eine Kiste.

Erkan rechnet:

$$4 + 1$$

$$4 \cdot 6 + 6$$

$$5 \cdot 6$$

Sprachliche Herausforderungen:

- > Was ist Subjekt, was ist Objekt?
- > nicht Satzreihenfolge entscheidet, wer wem was schenkt, sondern die grammatikalische Struktur bzw. die Fälle (Dativ - Nominativ)
- > Bedeutung der Fälle für DaZ-SuS
- Erkan konstruiert (abweichendes) Situationsmodell

Alltags- und Bildungssprache

Rösch (2001), Maass, (2008), Gogolin (2009)

Alltagssprache

- konzeptionelle Mündlichkeit
- flexibler Wortgebrauch
- unvollständige und einfache Sätze
- persönliche, aktive Formen
- kontextgebunden, viele unmittelbare Verweise (das da, ..)

Bildungssprache

- konzeptionelle Schriftlichkeit
- präziser Wortgebrauch
- vollständige und komplexe Sätze (komplexe Attribute, Konjunktiv, verkürzte Nebensätze ...)
- unpersönliche Formen (man, Passiv, Substantivierungen)
- dekontextualisiert, abstrakt, expliziter formuliert

Kinder mit Migrationshintergrund und aus sozial benachteiligten Familien erwerben eher Alltagssprache, aber kaum Bildungssprache

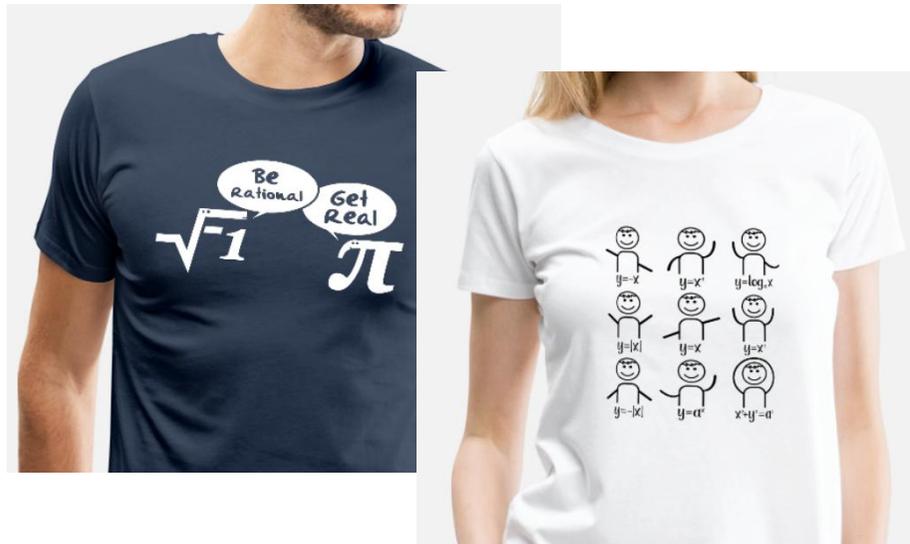
Bildungssprache beim Mathematiklernen

> Sprache ist zentral beim Aufbau von Mathematik!

- Beim Aufbau von Konzepten
- Beim Aufbau von Begriffen
 - Begriffsbildung ist mentale Konstruktion neuer Denkjobjekte (Freudenthal, 1973)
 - Mathematische Begriffe sind aber meist nicht nur Denkjobjekte, sondern Relationen (vgl. Steinbring, 1998)
 - Beispiel: Bruchbegriff
 - 3/5 heisst 3 von 5
 - Bedingt Verständnis für Relationszahl

Übersicht

1. Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. Was ist eigentlich das Problem?
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. Die Sprache Mathematik 
 - > Besonderheiten
4. Was wird in Mathematik gebraucht?
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. Was kann man tun?
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen



Sprache Mathematik

Hussmann (2033)

> 5 Merkmale der mathematischen Fachsprache:

1. enthält bestimmte Fachausdrücke, die in Alltagssprache kaum vorkommen
Beispiel: «Hypotenuse», «Term», «addieren», «potenzieren», «zu einander parallel»
oder anders verwendet werden
Beispiel: «reell», «rational», «Funktion», «Gleichung auflösen»
2. Verwendet wird ganz bestimmte Syntax und Semantik
Beispiel: «Sei α ..., so...» usw.
3. Konstanten und Variablen, die zur Substitution von Ausdrücken, Objekten und Relationen verwendet werden
Beispiel: π , «Kreisumfang», $2n - 1$
4. Verwendung von Symbolen verdichtet Informationstransport und ermöglicht, mathematische Ausdrücke sofort als solche zu erkennen
Beispiel: $a^2 + b^2 = c^2$
5. mathematische Definitionen beziehen sich häufig auf bereits zuvor definierte Begriffe
Beispiel: «Eine Zahl v heisst Vielfaches einer Zahl a , wenn es eine natürliche Zahl b gibt mit $v = a \cdot b$ »

→ Auch für Laien sofort als mathematische Fachsprache erkenn- und identifizierbar

Eine zusätzliche Hürde: Metaphern

> Fast alle Ausdrücke, die in der Mathematik als Fachtermini verwendet werden, sind Metaphern (Malle, 2009)

- Übertragung des Alltagsbegriffs auf den mathematischen Fachterminus bringt Problem
- Beispiel: «gerade» Zahl

Sandra, 8. Klasse:

S: «73 ist eine gerade Zahl, 86 ist eine ungerade Zahl, 31 ist eine gerade Zahl.»

SHP fragt nach Begründung.

S: «Einige Zahlen werden mit geraden Strichen geschrieben, andere mit geschwungenen Linien. Die Zahlen mit den geraden Linien sind stärker. Man muss also immer schauen, wie die Zahlen geschrieben sind. Die Zahl, die mit geraden Linien geschrieben ist, gewinnt und sagt, ob eine Zahl gerade oder ungerade ist.»

Fachsprachliche Kompetenzen in der Primarschule

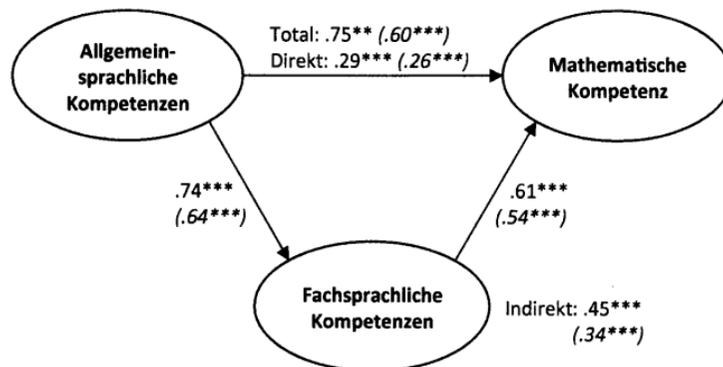
Bochnik & Ufer (2017)

	Nicht-Deutsch (N = 163)		Deutsch (N = 220)		Cohen's d
	M	SD	M	SD	
Mathematische Kompetenz	.53	.20	.66	.17	0.71***
Allgemeinsprachliche Kompetenzen (SFD 3-4)	.70	.18	.86	.13	1.04***
Aktiver Fachwortschatz	.83	.18	.88	.17	0.29**
Passiver Fachwortschatz	.59	.22	.66	.23	0.31**
Textintegratives Verständnis	.55	.17	.63	.18	0.46***
Kognitive Grundfähigkeiten (CFT 1)	102.1	13.9	108.3	13.5	0.45***

** $p < .01$, *** $p < .001$

Fachsprachliche Kompetenzen in der Primarschule

Bochnik & Ufer (2017)



Fallbeispiel 1. Klasse

> «Meint sie immer das gleiche?»

- «Zusammenzählen»
- «Dazu tun»
- «Dazu legen»
- «Dazu rechnen»
- «Zusammen nehmen»
- «Zusammen rechnen»
- «Und-Rechnen»
- «Plus-Rechnen»
- ...

Ja, sie meint
«addieren»

Übersicht

1. Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
2. Was ist eigentlich das Problem?
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
3. Die Sprache Mathematik
 - > Besonderheiten
4. Was wird in Mathematik gebraucht?
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
5. Was kann man tun?
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen



Mathematik als Sprache nutzen

D-EDK (2016)

Mathematik als Sprache nutzen

Mathematik ist auch eine Sprache mit der die Ausdrucksmöglichkeiten in logischer, struktureller und visueller Hinsicht beträchtlich erweitert werden können. Ein regelmässiger Austausch zwischen Schülerinnen und Schülern trägt gleichzeitig zur Entwicklung umgangs- und fachsprachlicher Kompetenzen und zum Aufbau der Reflexionsfähigkeit bei.
Der Fachbereich Mathematik regt die Erweiterung sprachlicher Kompetenzen insbesondere unter den Handlungsaspekten Mathematisieren und Darstellen und Erforschen und Argumentieren an.

- Spezifische Sprache
- Mehrwert: logische, strukturelle und visuelle Beziehungen
- Austausch (Kommunikation): Sprachentwicklung und Reflexion

Lehrplan Mathematik (D-EDK, 2016, S. 2)

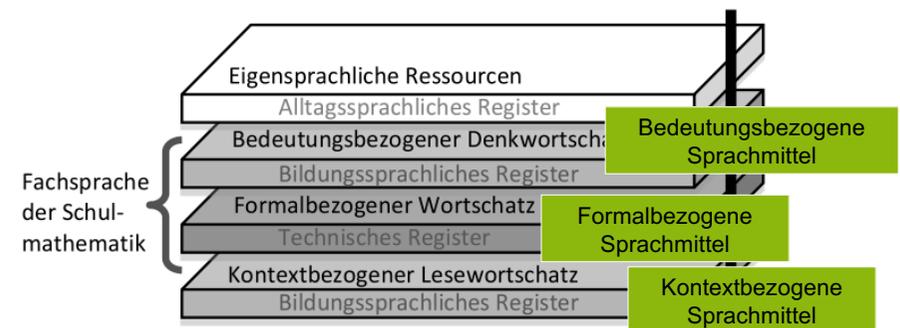
Lehrplan Mathematik: Sprache durchdringt das Fach

D-EDK (2016)

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Gestufferter Sprachschatz

Prediger (2016, S. 10)



Sprachmittel und gestufter Sprachschatz

Wörter, Satzbausteine, grafische Darstellungen

Bedeutungsbezogene Sprachmittel

betreffen Konzept, Zusammenhänge, Vorgehensweisen in ihrer Bedeutung

Bedeutungsbezogener Denkwortschatz

Formalbezogene Sprachmittel

betreffen «technische» Register weitgehend kontextfrei verständlich

Kontextbezogene Sprachmittel

Betreffen kontextbezogene Zusammenhänge, Vorgehensweise, Sachzusammenhänge, Konzepte

Flexible Nutzung in Kontexten

Beispiel Prozente



Beispiel Prozentrechnen

- > Zentrales Thema des Sachrechnens (Kompetenzbereich «Größen, Funktionen, Daten & Zufall»)
- > Aufbau ab 6. Schuljahr

30 % des bei einem Sportfest im Rahmen einer Tombola erzielten Erlöses in Höhe von 700 Fr. fließen einem guten Zweck zu. Wie hoch ist die Spende?

Welche Sprachmittel werden gebraucht: Beispiel Prozente



Bedeutungsbezogene Sprachmittel

- Teil von einem Ganzen, Anteil an einem Ganzen
- Anteil nehmen: multiplizieren
- Prozent = pro cent = von Hundert

Formalbezogene Sprachmittel

- Erlös
- Prozentsatz
- Grundwert
- Prozentsatz von einem Grundwert ergibt Prozentwert
- %

Kontextbezogene Sprachmittel

- Tombola und Spende
- Spende in Form eines bestimmten Prozentsatzes

30 % des bei einem Sportfest im Rahmen einer Tombola erzielten Erlöses in Höhe von 700 Fr. fließen einem guten Zweck zu. Wie hoch ist die Spende?

Übersicht

- Warum ist das Thema wichtig für den Mathematikunterricht?**
 - > Begründung der Relevanz
 - > Präzisierung und Eingrenzung
- Was ist eigentlich das Problem?**
 - > Kurze Übersicht über Forschungsbefunde
- Die Sprache Mathematik**
 - > Besonderheiten
- Was wird in Mathematik gebraucht?**
 - > Sprachmittel am Beispiel von texthaltigen Mathematikaufgaben
- Was kann man tun?**
 - > Förderkonzepte und Fördermassnahmen



«Sprachvermeidung» - Keine sinnvolle Strategie

Löse die Klammern auf und vereinfache.

a) $4(a - 24b) + 3(5b - 2a)$
 $r(4 - 12s) - 4s(3r + 1)$
 $-u(v - 7) - v(1 - u)$

b) $2,4(15a + 20b) - 4,5(6b - 8a)$
 $40(6,5x - 3,2y) + 25(2,8x + 0,4y)$
 $8x(1,5 - 0,5) - 12t(3,5 - 1,25t)$

c) $\frac{2}{3}(72a - 44b) + \frac{2}{3}(18b - 54a)$
 $\frac{2}{3}(2x + \frac{2}{3}y) - \frac{2}{3}(\frac{2}{3}y - \frac{1}{3}x)$
 $\frac{1}{5}(10a - 25) + \frac{1}{5}(27r + 54)$

d) $(9a - 11)(3 - 4b)$
 $(2x + 7)(5y - 1)$
 $(4u - 9)(v - 9a)$
 $(20k - 14t)(7k - 55r)$

e) $(5x + 8y)^2$
 $(-u + 20v)^2$
 $(-3s - 3t)^2$

f) $(1,2 - 0,5a)^2$
 $(\frac{1}{3} + \frac{1}{3})^2$
 $(\frac{3}{4}a - \frac{1}{2}b)^2$

g) $8(p - q) - 11(q - p) - 19p$
 $s(1 - 0) + t(1 - s) + 2st$
 $g(h + 7) - h(g + 7) - 14$

h) $8(p - q) - 11(q - p) - 19p$
 $s(1 - 0) + t(1 - s) + 2st$
 $g(h + 7) - h(g + 7) - 14$

i) $1,5(0,8x - 0,2y) - 6s(0,2 + 3,5y) + 21xy + 0,3y$
 $(0,5a - 0,4b)^2 - (0,8a + 0,3b)^2 + 0,88ab + 0,39a$
 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{5})^2 - (\frac{1}{5} - \frac{1}{5})^2 + 0,21r^2 - \frac{1}{10}st^2$

j) $1,2(5x - 3,5y)(0,4x + 0,2y) - 2,5(4,8x - 0,6y)^2 + 55,2x^2 + 1,2xy + 9,3y^2$
 $7,5(1,2a - 0,8b)(1,2a + 0,8b) - 3,6(0,5a - b)(b + 0,5a) - 9,9a^2 + 1,2b^2$
 $\frac{2}{3}(\frac{1}{3} + \frac{1}{3})^2 - \frac{2}{3}(\frac{1}{3} - \frac{1}{3})^2 + \frac{1}{10}(\frac{1}{4} + u) + \frac{1}{10}uv - \frac{1}{10}u + \frac{1}{2}$

Klammere so aus, daß der Term in der Klammer möglichst einfach wird.

a) $12ab + 7bc$
 $3xy - 5x^2$
 $-abc - 15a$

b) $40xy - 25yz$
 $9a^2b + 21b^2c$
 $8x^2 + 24x^2$

c) $45 - 27ab + 36x^3$
 $44r^2 + 33r^2 + 22r^2$
 $80r^2s^2 - 64r^2s^2 + 56r^2s^2$

d) $0,9u - 0,9u^2 + 0,9u^2$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}rs$
 $3 - \frac{4}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{5}$

e) $9a + 9b$
 $28r - 63s + 84t$

f) $24a - 30b - 66c$
 $39 + 13x^2$

g) $25a^2 + 30ab + 9b^2$
 $256u^3 + 32u + 1$
 $900r^2s^2 - 60rst + t^2$

h) $1,44x^2 - 3,6xy + 2,25y^2$
 $\frac{a^2}{9} + \frac{1}{3}ab + \frac{b^2}{9}$
 $\frac{9r^2}{16} - \frac{3}{4}r + \frac{1}{16}$

i) $1,5x^2 - 3xy + 1,5y^2$
 $0,9a^2 - 0,9xy + a^2$
 $4,84a^2 - 22ab + 25b^2$
 $1,6r^2 + 5,6rs + 4,9s^2$

j) $ab^2 - ac^2$
 $r^2 - xy^2$
 $u^2 - u$
 $r - 4r^2$

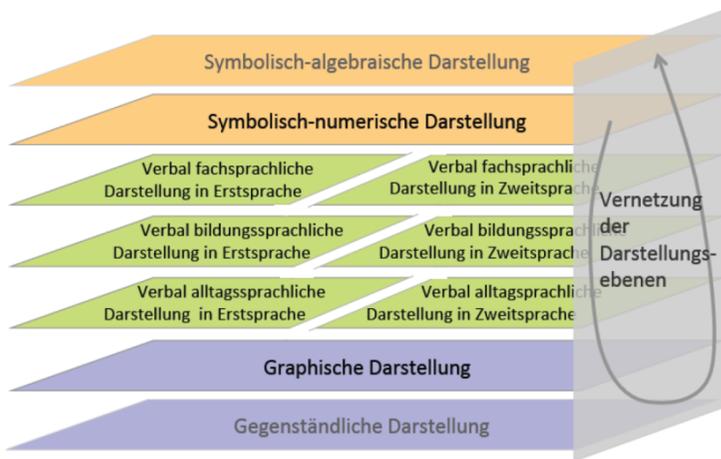
k) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{3}y^2$
 $\frac{3a}{10}u^2 - \frac{1}{5}u + 5$
 $\frac{a}{6} - \frac{1}{6}$
 $x - \frac{2}{3}$

Aus: Mathematik heute Klasse 8, Schroedel Verlag, Hannover 1988

- > Senken oder Vermeiden der sprachlichen Anforderungen nicht sinnvoll, weil
 - fehlende Lerngelegenheiten für Aufbau mathematischer Sprache
 - spracharm, aber fachsprachlich dicht
- > Sinnvoll:
 - Reduktion von **unnötigen** sprachlich Hürden
 - Lernende auf sprachliche Hürden vorbereiten → «Sprachbad» herstellen (Leisen, 2010)

Flexibler Darstellungswechsel: Konstruktive Problembearbeitung

Prediger & Wessel (2012)



Prozente – Kreisdiagramme
 Kreise und in Kreisdiagrammen verwenden
 Schweizer Zahlenbuch 6, S. 74

Verbal-alltagssprachlich

Symbolisch-numerisch

Bildlich-grafisch (Tabelle)

Verbal-fachsprachlich

Bildlich-grafisch (Veranschaulichung eines Konzeptes)

Diskontinuierliche Texte

Bildlich-grafisch, nur Illustration

Verbal-bildungssprachlich

100 g Ovomaltine enthalten:

Aufwerkstoffe	
Zweifel	14,3 g
Betriebsstoffe	
Kohlenhydrate	49,9 g
Fett	2,6 g
Schutzstoffe	
Alle 13 Vitamine, Mineralisalz und Spurenelemente	1,9 g

1. Oben siehst du Angaben auf einer Ovomaltinebüchse.
 A. Zeichne die Zusammensetzung der Bestandteile mit verschiedenen Farben in ein Hundertfeld (Kopiervorlage). Runde zuerst auf ganze Gramm.

Was stellst du fest?

2. Auf Verpackungen für Halbrahm und Vollrahm stehen folgende Angaben:
 Halbrahm 25% Milchfett
 Vollrahm 35% Milchfett
 A. Wie viel di Milchfett sind in einem Liter Halbrahm enthalten?
 B. Wie viel di Milchfett sind in einem Liter Vollrahm enthalten?

3. Sucht weitere solche Beispiele auf Nahrungsmittelpackungen und erklärt einander, was die Angaben bedeuten.

Implikationen für einen sprachsensiblen Mathematikunterricht

Nach Bochnik & Ufer (2017)

1. Fokus Fachwortschatz

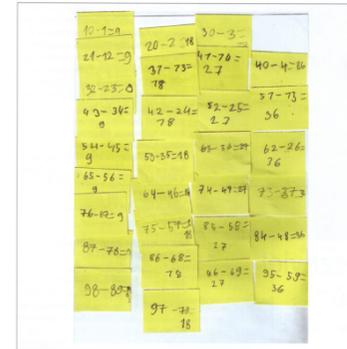
- Definieren und Thematisieren von häufig vorkommenden eindeutigen mathematischen Fachbegriffen (z.B. addieren)
 - ✓ wird im Unterricht gemacht
 - mehrdeutige Begriffe (z.B. dazukommen) werden selten thematisiert
- Sprach- und Wortschatzarbeit nötig (themenbezogener «Sprachspeicher»):
 - Plakate, Karteikarten, exemplarische Satzkonstruktionen, ein- und mehrdeutige Fachbegriffe, Mindmaps und Wortfelder
 - Fachbegriffe als «points of exploration» (Leung, 2005)
- Integration von zunächst isolierter math. Fachbegriffe in zusammenhängende Sprachmuster und Gebrauch in Matheunterricht

2. Fokus textintegratives Verständnis

Beispiel Wortspeicher Umkehrzahlen (Zyklus 1)

Verboom (2012)

Rechnungen mit Umkehrzahlen, geordnet



Plakat in der Klasse

Implikationen für einen sprachsensiblen Mathematikunterricht

Nach Bochnik & Ufer (2017), ergänzt und konkretisiert

1. Fokus Fachwortschatz

2. Fokus textintegratives Verständnis

- Unterstützungsstrategien und Bearbeitungshilfen bei Textaufgaben (Situationsmodelle, mentale Vorstellungsbilder von Operationen, Arbeitsmittel)
- Sprachliche Kommunikation solcher mentaler Vorstellungsbilder und Arbeitsmittel und flexibler Darstellungswechsel
- Anfertigen von Notizen bei Textaufgaben (z.B. «gegeben», «gesucht» / «was weiss ich», «was will ich herausfinden», «was ist mein Plan»)
- Mathematische Gespräche, Mathematikkonferenzen, Mündlichkeit
- Handlung an Material sprachlich begleiten
- Prinzip des lauten Denkens
- Lösungen und Lösungswege beschreiben
- Mathematiktagebuch, «ich – du – wir» (Gallin & Ruf, 1990)
- Ev. auch Einbezug der Erstsprache und Verknüpfung dieser mit der deutschen Bildungssprache

Beispiel Satzbausteine zu Aufgaben mit Umkehrzahlen (Zyklus 1)

Verboom (2012)



Beispiel Wortspeicher Umkehrzahlen (Zyklus 1)

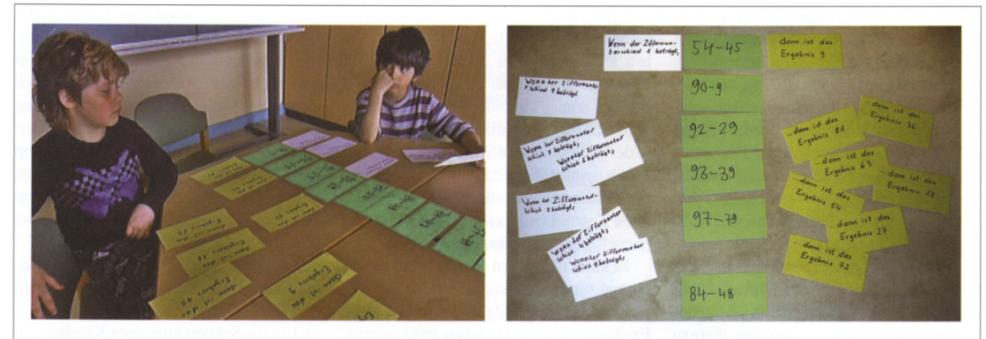
Verboom (2012)

Rechnungen mit Umkehrzahlen, geordnet

Plakat in der Klasse

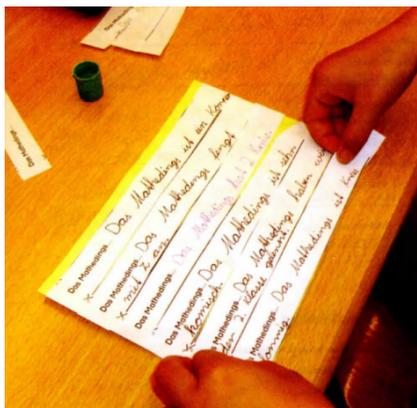
Zuordnung mit selbst erstelltem Übungsmaterial

Verboom (2012)

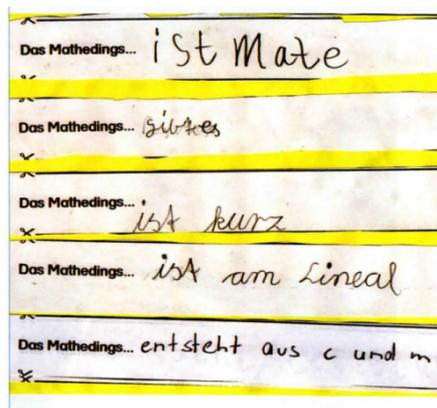


Das «Mathedings»

Pyroth (2013, S. 33)



1 Anna bringt die Sätze, die sie zum Zylinder geschrieben hat, in eine sinnvolle Reihenfolge.



2 Auch mit sprachlich einfachen Mitteln gelingt es Leon, ein Mathedings zu umschreiben.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

esther.brunner@phtg.ch

Mit herzlichem Dank an Susi Prediger für die tolle Zusammenarbeit und das Nutzen von Materialien.

Literatur

- Baur, R. & Becker-Mrotzek, M. et al. (2009). Modul „Deutsch als Zweitsprache“ (DaZ) im Rahmen der neuen Lehrerbildung in Nordrhein-Westfalen, Stiftung Mercator, Essen.
- Bochnik, K. & Ufer, S. (2017). Fachsprachliche Kompetenzen im sprachsensiblen Mathematikunterricht der Grundschule. In D. Leiss et al., Mathematik und Sprache (S. 81-98). Münster: Waxmann.
- Brunner, E. (2014). Sprach- oder Mathematikschwierigkeiten beim Prozentrechnen? Schulblatt Kanton Thurgau, 5, 42-43.
- Cummins, J. (2000). Language, power and pedagogy: Bilingual children in the crossfire. Clevedon: Multi lingual Matters.
- Freudenthal, H. (1977). Mathematik als pädagogische Aufgabe (Band 1 & 2). Stuttgart: Klett.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1990). Sprache und Mathematik in der Schule. Zürich: LCH.
- Hachfeld, A., Anders, Y., Schroeder, S., Stanat, P., & Kunter, M. (2010). Does immigration background matter? How teachers' predictions of students' performance relate to student background. International Journal of Educational Research, 49, 78-91.
- Holtsch, D. et al. (2017). Die Bedeutung der Eingangsvoraussetzungen in Mathematik und Deutsch sowie kognitiver Grundfähigkeiten für kaufmännisches Wissen und Können. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), Sprache im Fach - Sprachlichkeit und fachliches Lernen (S. 189-212). Münster: Waxmann.
- Hussmann, S. (2003). Umgangssprache – Fachsprache. In T. Leuders (Hrsg.), Mathematikdidaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II (S. 60-75). Berlin: Cornelsen.
- Leisen, J. (2010). Handbuch Sprachförderung im Fach: sprachsensibler Fachunterricht. Bonn: Varus.
- Maier, H., & Schweiger, F. (1999). Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht. Wien: oebv und hpt.
- Malle, G. (2009). Mathematiker reden in Metaphern. Mathematik lehren, 156, 10-15.
- Moser, U., Berwanger, S. & Stamm, M. (2005). Mathematische Kompetenzen bei Schuleintritt. In U. Moser, M. Stamm & J. Hollenweger (Hrsg.), Für die Schule bereit? (S. 77-98). Aarau: Sauerländer.
- Prediger, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen (S. 167-193). Münster et al.: Waxmann.
- Prediger, S., Wilhelm, N., Büchler, A., Benholz, C. & Gürsoy, E. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. Journal für Mathematik-Didaktik, 36(1), 77-104.
- Prediger, S., Zindel, C. & Büscher, C. (2017). Fachdidaktisch fundierte Förderung und Diagnose – ein Leitthema auch im gymnasialen Lehramt. In C. Selter, S. Hußmann, C. Höhle, C. Kripping & K. Lengnink (Hrsg.), Diagnose und Förderung heterogener Lerngruppen – Theorien, Konzepte und Beispiele aus der MINT-Lehrerbildung (S. 213-234). Münster: Waxmann.
- Prediger, S. (2015). Wortfelder und Formulierungsvariation - Intelligente Spracharbeit ohne Erziehung zur Oberflächlichkeit. Lernchancen, 18(104), 10-14.
- Prediger, S. & Wessel, L. (2012). Darstellungen vernetzen - Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln. Praxis der Mathematik in der Schule, 54(45), 29-34.
- Prediger, Susanna (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In Juliane Leuders, Timo Leuders, Susanne Prediger & Silke Ruwisch (Hrsg.), Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung. Springer Spektrum: Wiesbaden, 29-40.
- Pöhler, B. (2018). Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten. Wiesbaden Springer.
- Pöhler, B. & Prediger, S. (2017). Verstehensförderung erfordert auch Sprachförderung – Hintergründe und Ansätze einer Unterrichtseinheit zum Prozente verstehen, erklären und berechnen. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), Handbuch Rechenschwäche (S. 436-459). Weinheim: Beltz.
- Pyroth, S. (2013). Das Mathedings. Grundschule Mathematik, 39, 32-35.
- Razić, D. & Brunner, E. (2017). Wenn die Sprachkompetenz die Mathematikleistung beeinträchtigt. SZH 23(10), 48-54.
- Schleppegrell, M. J. (2004). The language of schooling: A functional linguistics perspective. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Snow, C. E., & Ucelli, P. (2009). The Challenge of Academic Language. In D. R. Olson & N. Torrance (Hrsg.), The Cambridge handbook of literacy (S. 112-133). Cambridge: Cambridge University Press.
- Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Forschungsstand zur Rolle des Migrationshintergrunds. Unterrichtswissenschaft, 36(2), 98-124.
- Steinbring, H. (1998). Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 5, 161 – 167.
- Ufer, S., Reiss, K. & Mehlinger, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), Sprache im Fach - Sprachlichkeit und fachliches Lernen (S. 167-184). Münster: Waxmann.
- Verboom, L. (2012). Ich kann das jetzt viel besser bedrücken. FM 54(45), 13-17.

